Titre	[C1][ch2] Dynamique

Type	Cours
Ecole	FST Tanger
Classe	MIPCI
Matière	Mécanique du point
Professeur	DAANOUN Ali
Année univ	2010/2011

DYNAMIQUE



DYNAMIQUE

1) RAPPELS ET DEFINITION

Dynamique : la dynamique a pour objet l'étude des causes des mouvements en introduisant les notions de masse et force.

Principe d'inertie : Ce principe revient à affirmer l'existence de référentiels dits galiléens caractérisés par la propriété particulière : *Il existe des référentiels dans lesquels, un point matériel isolé, c'est-à-dire ne subissant aucune action, reste au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.*

Repère de Copernic : c'est un repère lié au centre du système solaire (pratiquement le centre du soleil) dont les axes gardent une orientation fixe par rapport à des étoiles lointaines fixes.

Repère Galiléen : Tout repère en translation rectiligne uniforme par rapport au repère de Copernic est dit repère galiléen. L'accélération d'un point est donc la même dans tous les repères Galiléen.

Masse : à tout point, on associe un scalaire constant positif, appelé masse et noté *m*. Unité : *Kg*.

Force : on appelle force toute grandeur vectorielle décrivant une interaction capable de produire ou de modifier un mouvement.

Quantité de mouvement : Considérons dans un repère Galiléen *R* un point matériel *M* de masse *m* et de vitesse $\overrightarrow{V_R}(M)$, par définition le vecteur quantité de mouvement est le vecteur $\overrightarrow{P_R}(M)$ définit par la relation : $\overrightarrow{P_R}(M) = m\overrightarrow{V_R}(M)$

Energie cinétique : On appelle énergie cinétique du point *M* par rapport au repère *R*, la quantité scalaire toujours positive définie par : $E_c(M) = \frac{1}{2}m\left\|\overrightarrow{V_R}(M)\right\|^2$



2) PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE (PFD)

Par rapport à tout référentiel Galiléen *R*, le mouvement d'un point *M*, de masse *m*, soumis à l'action de plusieurs forces dont la somme ou résultante est $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$, satisfait la relation suivante :

$$\frac{d\overrightarrow{P_R}(M)}{dt} = m\frac{d\overrightarrow{V_R}(M)}{dt} + \frac{dm}{dt}\overrightarrow{V_R}(M) = \vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$$

Si la masse du point est invariante dans le mouvement, cette équation se simplifie comme suit :

$$m\overrightarrow{a_R}(M) = \vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$$

Equations générales du mouvement : La relation vectorielle $m\overrightarrow{a_R}(M) = \vec{F}$ donne par projection sur trois axes bien choisis (en fonction de la symétrie du problème), trois équations scalaires.

3) NATURE DES FORCES

3.1) FORCES A DISTANCE

Il arrive souvent que deux corps interagissent, bien qu'ils soient séparés par un espace.

3.1.1) FORCE D'ATTRACTION UNIVERSELLE

Considérons deux point matériels *A* et *B* de masse m_A et m_B, situé à une distance *d* l'un par rapport à l'autre. L'expérience montre qu'il y a une interaction entre les deux points bien qu'ils ne soient pas en contact.
Loi universelle de gravitation : la masse m_A exerce sur la masse m_B (et réciproquement) une force d'attraction portée par la droite *AB* et dont l'intensité est proportionnelle à : $m_A m_B / d^2$

$$\vec{F}_{AB} = -G\,\frac{m_A m_B}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}\,\frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|} = -G\,\frac{m_A m_B}{d^2}\,\vec{e_r}$$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$G=6{,}67.10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$ est la constante d'attraction universelle.
Cette loi est bien vérifiée dans le cas des mouvements des astres du système solaire.

A m_A → $\vec{F}_{AB}$ - - - - - $\vec{F}_{BA}$ ← B m_B



3.1.2) FORCE ELECTROSTATIQUE

Considérons deux charges électriques et ponctuelles q_1 et q_2, placé dans le vide. La charge q_1 exerce sur q_2 une force $\vec{F}$ qui peut être attractive ou répulsive suivant le signe du produit q_1q_2. Cette force est parallèle à la droite joignant les charges q_1 et q_2 et de module $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{d^2}$, d étant la distance entre les deux charges.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{d^2}\vec{e_r}$$

$$\vec{e_r} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}$$

ε_0 est appelée permittivité du vide avec $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \frac{Nm^2}{c^2}$.

$-\vec{F}$ A   B $+\vec{F}$ $q_1q_2>0$

q_1 q_2

3.2) FORCES DE CONTACT

Elles apparaissent chaque fois que deux corps sont en contact. Considérons un point matériel qui se déplace sur un solide S avec une vitesse $\vec{V}$ par rapport à S. S exerce une force sur le point appelé réaction $\vec{R}$. On peut distinguer deux cas :

Déplacement sans frottement :

L'expérience montre que la réaction $\vec{R}$ est normale à la vitesse $\vec{V}$, ainsi dans le trièdre de Frenet par exemple on aura :

$$\vec{V} = V\vec{T} : \quad \vec{R} \perp \vec{V} \quad \Rightarrow \quad \vec{R} = R_n\vec{N} + R_b\vec{B}$$

La réaction se trouve dans le plan normal à la vitesse

Déplacement avec frottement :

L'expérience montre que la réaction $\vec{R}$ possède deux composantes, à savoir

$$\vec{R} = \vec{R_t} + \vec{R'_n}$$

$\vec{R_t}$ réaction de frottement de glissement ou composante tangentielle



$$\vec{R_t} = R_t \vec{T} \quad ; \quad \vec{R_t} // \vec{V}$$

Cette composante, parallèle à la vitesse, s'oppose au mouvement dans le cas général.
$\vec{R'_n}$ réaction normale situé dans le plan normal à la vitesse

$$\vec{R'_n} = R_n \vec{N} + R_b \vec{B}$$

Par conséquent la réaction peut s'écrire

$$\vec{R} = R_t \vec{T} + R_n \vec{N} + R_b \vec{B}$$

On introduit l'angle φ pour caractériser le frottement

$$R_t = tg(\varphi)\ R_n = k\ R_n$$

k est appelé *coefficient de frottement*. Il dépend de la nature de la surface de contact et aussi de l'état physique des corps en contact.

3.3) FORCES D'INERTIE D'ENTRAINEMENT ET DE CORIOLIS

Le principe fondamental de la dynamique n'est valable que dans un repère Galiléen *R*. Soit R_1 un repère non Galiléen en mouvement par rapport à *R* alors :

$$\vec{F} = m\ \vec{a_R} = m\ \vec{a_a} = m\left(\vec{a_{R_1}} + \vec{a_e} + \vec{a_c}\right)$$

On déduit le ***PFD par rapport à*** R_1 ***repère non Galiléen***:

$$m\ \vec{a_{R_1}} = m\ \vec{a_R} - m\ \vec{a_e} - m\ \vec{a_c} = \vec{F} + \vec{F_e} + \vec{F_c}$$

Avec

$$\vec{F_e} = -m\ \vec{a_e}$$

appelée force d'inertie d'entraînement, et

$$\vec{F_c} = -m\ \vec{a_c}$$

appelée force d'inertie complémentaire de Coriolis.
Ces deux forces dépendent du mouvement de R_1 par rapport à *R*.

4) DEFINITION DU MOMENT CINETIQUE

Soit *M* un point matériel de masse *m* en mouvement dans un référentiel *R*. Par définition, le vecteur moment cinétique en un point quelconque *A* du point *M* par rapport à *R* est le vecteur :



$$\overrightarrow{\sigma_A}(M/R) = \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{P_R}(M) = \overrightarrow{AM} \wedge m\overrightarrow{V_R}(M)$$

C'est le moment en *A* du vecteur quantité de mouvement de *M*.

5) THEOREME DU MOMENT CINETIQUE

Soit *R* un repère Galiléen d'origine *O*. On a le moment cinétique de *M* en un point *A* :

$$\overrightarrow{\sigma_A}(M/R) = \overrightarrow{AM} \wedge m\overrightarrow{V_R}(M)$$

Calculons sa dérivée par rapport au temps :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\right|_R \wedge m\overrightarrow{V_R}(M) + \overrightarrow{AM} \wedge \left.\frac{d\left(m\overrightarrow{V_R}(M)\right)}{dt}\right|_R$$

Or :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}$$

D'où :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R = m\left[\overrightarrow{V_R}(M) - \overrightarrow{V_R}(A)\right] \wedge \overrightarrow{V_R}(M) + \overrightarrow{AM} \wedge m\overrightarrow{a_R}(M)$$

Soit :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R = \overrightarrow{AM} \wedge m\overrightarrow{a_R}(M) - m\overrightarrow{V_R}(A) \wedge \overrightarrow{V_R}(M)$$

$$= \overrightarrow{AM} \wedge \sum \vec{F} - m\overrightarrow{V_R}(A) \wedge \overrightarrow{V_R}(M)$$

On obtient donc le théorème du moment cinétique :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R = \overrightarrow{M_A}\left(\sum \vec{F}\right) - m\overrightarrow{V_R}(A) \wedge \overrightarrow{V_R}(M)$$

Avec $\overrightarrow{M_A}\left(\sum \vec{F}\right)$ est le moment au point *A* de la somme des forces.

Cas particulier : Si *A* est fixe dans *R*, alors sa vitesse sera nulle et par suite on aura :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R = \overrightarrow{M_A}\left(\sum \vec{F}\right)$$

6) DEFINITION DU MOMENT DYNAMIQUE

On appelle moment dynamique en un point *A* d'un point matériel *M* dans son mouvement par rapport à *R*, le vecteur :



$$\overrightarrow{\delta_A}(M/R) = \overrightarrow{AM} \wedge m\overrightarrow{a_R}(M)$$

Le théorème du moment dynamique s'écrit

$$\overrightarrow{\delta_A}(M/R) = \overrightarrow{M_A}\left(\sum \vec{F}\right)$$

On établit la relation suivante entre le moment cinétique et le moment dynamique

$$\overrightarrow{\delta_A}(M/R) = \left.\frac{d\overrightarrow{\sigma_A}(M/R)}{dt}\right|_R + m\overrightarrow{V_R}(A) \wedge \overrightarrow{V_R}(M)$$

7) EQUILIBRE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

Un point matériel *M* est en équilibre dans un référentiel *R* si les coordonnées du point *M* par rapport à *R* sont indépendantes du temps
Par conséquent l'accélération du point *M* est nulle à tout instant et sa vitesse initiale est nulle. De même la somme des forces qui lui est appliquée est nulle.

